

Siteswap.....	2
Notions de base.....	2
Lancer multiplex.....	3
Validité.....	4
Hauteur des lancers du jongleur.....	6
Equations.....	6
Application.....	7
Retour d'expérience sur les figures phares du jongleur.....	8
Mills Mess à 4 balles (MM4B).....	8
Cascade à 5 balles (C5B).....	9
Références.....	9

# Siteswap

## Notions de base

Contexte : Dans les années 1980, des scientifiques passionnés de jonglage, recherchent, chacun de leur côté, et trouvent la façon d'écrire des figures de jonglage, un peu comme le solfège pour la musique. Cette notation consiste à décrire les figures de jonglage par une séquence de chiffres. Le terme siteswap est créé à cette occasion pour nommer cette notation

Exemples de séquences siteswap décrivant des figures de jonglage d'objets (balles, massues, anneaux, ...) : 3, 5, 51, 534, 633

Dans ce document, on se place dans la configuration de base suivante :

- les lancers sont asynchrones (les lancers se font alternativement main droite (D) puis main gauche (G))
- les lancers sont réguliers (l'intervalle de temps entre deux lancers consécutifs est constant)
- un seul objet est lancé à la fois dans un premier temps

Principe : la répétition de la séquence siteswap décrit alternativement les lancers D et G, chaque chiffre indique le nombre de lancers à prévoir avant que l'objet soit lancé de nouveau. Les chiffres utilisés sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c, ...

Exemple 1 : séquence siteswap 3 (3 objets, voir les règles de validité pour comprendre pourquoi) En fait le jongleur reproduit la série 33333333... où chaque main lance un objet qui sera de nouveau lancé par l'autre main après 3 lancers. Si on note (A) un objet, on obtient le déroulé des lancers suivant :

3 (A ↑)	3	3	3 (A ↑)	3	3	3 (A ↑)	3	3	...
D	G	D	G	D	G	D	G	D	...

Cette figure nommée cascade est la porte d'entrée dans le monde du jonglage. Quelques heures permettent de la mettre en place

Conventions :

0 correspondrait à un lancer sans objet. En fait la main est vide

1 correspond à un changement de main, l'objet est lancé directement dans l'autre main horizontalement

2 correspond à une conservation de l'objet dans la main

Notation : on note p la période de la séquence siteswap (nombre de chiffres composant la séquence)

Exemple 2 : séquence siteswap 31 (2 objets) de période 2

En fait le jongleur reproduit la série 3131313131...

On note (A) (B) les objets

Départ : (A) dans D et (B) dans G

On obtient le déroulé des lancers suivant :

3 (A ↑)	1 (B →)	3 (B ↑)	1 (A →)	3 (A ↑)	1 (B →)	3 (B ↑)	1 (A →)	3 (A ↑)	...
D	G	D	G	D	G	D	G	D	...

Dans cette figure, nommée douche, chaque main joue un rôle différent, l'une lance vers le haut, l'autre effectue un changement de main. Sans surprise, les droitiers utiliseront plutôt D pour lancer vers le haut ce qui est représenté dans le tableau

Exemple 3 : séquence siteswap 50505 (3 objets) de période 5

En fait le jongleur reproduit la série 505055050550505...

On note (A) (B) (C) les objets

Départ : (A) (B) et (C) dans D et G vide

On obtient le déroulé des lancers suivant :

5 (A ↑)	0	5 (B ↑)	0	5 (C ↑)	5 (A ↑)	0	5 (B ↑)	0	5 (C ↑)	...
D	G vide	D	G vide	D	G	D vide	G	D vide	G	...

Dans cette figure, nommée judicieusement snake, les objets se suivent en étant toutes lancées d'une main puis de l'autre

Exemple 4 : séquence siteswap 40 (2 objets) de période 2

En fait le jongleur reproduit la série 4040404040...

On note (A) (B) les objets

Départ : (A) et (B) dans D

On obtient le déroulé des lancers suivant :

4 (A ↑)	0	4 (B ↑)	0	4 (A ↑)	0	4 (B ↑)	0	4 (A ↑)	...
D	G vide	D	G vide	D	G vide	D	G vide	D	...

Dans cette figure, on ne jongle qu'avec D.

En reproduisant ce schéma avec les deux mains, on obtient la figure nommée fontaine, de séquence siteswap 4 qui est la figure de base du jonglage à quatre objets. Dans ce cas, prévoir plusieurs jours pour la mettre en place

Remarques :

- un chiffre impair dans une séquence siteswap indique que l'objet sera attrapé par l'autre main
- un chiffre pair dans une séquence siteswap indique que l'objet retombe dans la même main
- si la période est impaire (3, 4, 5, 531, ...), la figure est symétrique et les mains reproduisent les mêmes lancers périodiquement
- si la période est paire (31, 51, 7333, ...), la figure n'est pas symétrique et les mains ne reproduisent pas les mêmes lancers. Le défi est alors d'inverser le rôle des mains

Limitation : la notation siteswap ne décrit pas la façon de lancer ou de recevoir les objets (intérieur ou extérieur, bras croisés, dans le dos, sous la jambe, au dessus de la tête, patte de chat, en pingouin, avec la paume ou avec le dos de la main , pirouettes, rotation de l'objet, ...)

## Lancer multiplex

Si on souhaite prendre en compte des lancers simultanés (multiplex), on utilise la notation [ ] afin de grouper ces lancers. Chaque groupe représente une unité de temps et à l'intérieur des crochets, on indique pour chaque objet le chiffre correspondant à son lancer. Le groupe [534] indique qu'on effectue d'un seul coup un lancer 5, un lancer 3 et un lancer 4 (Bonne chance !). Voici quelques exemples de siteswap avec lancers multiplex :

[33] : à chaque lancer, on lance 2 objets. C'est une cascade classique (6 objets au total)

[32]3322 : au premier lancer, on fait un lancer 3 avec un objet et on garde l'autre. Cette séquence reproduit les trois premiers lancers et réceptions d'une cascade à trois objets

[52][52]55022[22][22] : Cette séquence reproduit les quatre lancers et réception d'un flash (de type cascade) à quatre objets

# Validité

Règles à vérifier pour assurer la validité d'une séquence siteswap

Règle 1 : la moyenne des chiffres constituant la séquence doit être une valeur entière. Elle correspond au nombre d'objets

Règle 2 : Soit  $p$  la période d'une séquence

- on ajoute (dans l'ordre) les valeurs  $0, 1, 2, \dots, p-1$  aux chiffres de la séquence

- on remplace ces sommes par le reste de la division par  $p$

La nouvelle séquence obtenue doit être une permutation de  $0, 1, 2, \dots, p-1$ . Cette règle assure qu'une main réceptionne au plus un objet

Exemple 1 : 554

INVALIDE : Règle 1 non respectée,  $\frac{5+5+4}{3}$  n'est pas un entier

Exemple 2 : 552

VALIDE

Règle 1 indique qu'il y a 4 objets

Règle 2 :

552

012

somme :  $5+0, 5+1, 2+2 = 5, 6, 4$

nouvelle séquence après détermination des restes (division euclidienne par  $p = 3$ ) :  $2, 0, 1$ . C'est bien une permutation de  $0, 1, 2$

Exemple 3 : 924

INVALIDE

Règle 1 indique qu'il y a 5 objets

Règle 2 :

924

012

somme :  $9+0, 2+1, 4+2 = 9, 3, 6$

nouvelle séquence après détermination des restes (division euclidienne par  $p = 3$ ) :  $0, 0, 0$ . Ce n'est pas une permutation de  $0, 1, 2$

Exemple 4 : 23456

VALIDE

Règle 1 indique qu'il y a 4 objets

Règle 2 :

23456

01234

somme :  $2+0, 3+1, 4+2, 5+3, 6+4 = 2, 4, 6, 8, 10$

nouvelle séquence après détermination des restes (division euclidienne par  $p = 5$ ) :  $2, 4, 1, 3, 0$ . C'est bien une permutation de  $0, 1, 2, 3, 4$

Exemple 5 : 423

VALIDE

Règle 1 indique qu'il y a 3 objets

Règle 2 :

423

012

somme :  $4+0, 2+1, 3+2 = 4, 3, 5$

nouvelle séquence après détermination des restes (division euclidienne par  $p = 3$ ) : 1, 0, 2 . C'est bien une permutation de 0, 1, 2

Dans ce cas, le jongleur reproduit la série 423423423... . Si on note (A) (B) (C) les objets, on obtient le déroulé des lancers suivant :

4 (A ↑)	2 (B ↑)	3 (C ↑)	4 (B ↑)	2 (A ↑)	3 (C ↑)	4 (A ↑)	2 (B ↑)	3 (C ↑)	...
D	G	D	G	D	G	D	G	D	...

Exemple 6 : 432

INVALIDE

Règle 1 indique qu'il y a 3 objets

Règle 2 :

432

012

somme :  $4+0, 3+1, 2+2 = 4, 4, 4$

nouvelle séquence après détermination des restes (division euclidienne par  $p = 3$ ) : 1, 1, 1 . Ce n'est pas une permutation de 0, 1, 2

Dans ce cas, le jongleur devrait reproduire la série 432432432...

On note (A) (B) (C) les objets

Départ : (A) et (C) dans D et (B) dans G

On obtient le déroulé des lancers (↑) et des réceptions (↓) suivant :

4 (A ↑)	3 (B ↑)	2 (C ↑), en fait (C) est conservé	4 : Aucune réception	(A ↓) (B ↓) (C ↓) : Collision fatale !! 3 impossible
D	G	D	G	D

Remarque :

- on peut ajouter ou retrancher (si le chiffre résultant est positif ou nul) la période d'une séquence siteswap à tout chiffre de la séquence et obtenir une nouvelle séquence valide

Exemple : on peut passer de 33 à 53 ou 31

### Voyons le cas des lancers multiplex

Test 1 : Voir règle 1 (chaque groupe [ ] est considéré comme une unité de temps, mais on prend en compte tous ses termes lors de la somme)

Test 2 : On représente la vérification de la façon suivante

Liste des positions dans la séquence

siteswap à valider

Liste des positions décalées du chiffre du lancer (chaque groupe [ ] est considéré comme une unité de temps lors des décalages)

Si la deuxième liste est une permutation de la liste de départ (sans aucune collision), le siteswap est valide, sinon il ne l'est pas

Exemple : [33]

Test 1 : on obtient  $\frac{3+3}{1} = 6$  OK

12  
[33]

12  
Test 2 : OK

Exemple : [32]3322

Test 1 : on obtient  $\frac{3+2+3+3+2+2}{5}=3$  OK

12 3456  
[32]3322  
45 6213

Test 2 : OK

Exemple : [52][52]55022[22][22]

Test 1 : on obtient  $\frac{5+2+5+2+5+5+0+2+2+2+2+2+2}{9}=4$  OK

12 34 56789 ab cd  
[52][52]55022[22][22]  
ab cd 24713 58 69

Test 2 : OK

Exemple : [53]413

Test 1 : on obtient  $\frac{5+3+4+1+3}{4}=4$  OK

12 345  
[53]413  
1 2

Test : KO, les positions 1 et 3 se chevauchent

## Hauteur des lancers du jongleur

### Equations

Relation 1 : Théorème de Claude Shannon

$$\frac{f+d}{v+d} = \frac{B}{H}$$

les lettres f, d, v, H, B désignent :

- f : le temps qu'une balle passe en l'air
- d : le temps qu'une balle passe dans la main
- v : le temps qu'une main reste vide
- H : le nombre de mains utilisées pour jongler
- B : nombre de balles

valeurs usuelles lors du jonglage de balles :

$$\frac{50}{100}d \leq v \leq \frac{70}{100}d$$

$$v \approx 0.2s$$

$$d \approx 0.3s$$

Les valeurs de v et d sont propres à chaque jongleur

Relation 2 : application de l'étude de la chute des corps

h : hauteur d'un lancer

g : pesanteur

$$h = \frac{g}{8} f^2 \quad \text{d'où} \quad h = \frac{g}{8} \left( (v+d) \frac{B}{H} - d \right)^2$$

Valeur de la pesanteur g en m/s<sup>2</sup> dans notre système solaire :

- lune : 1.62
- mars : 3.71
- venus : 8.87
- Terre : 9.81
- Jupiter : 24.79

## Application

Il n'est pas simple de déterminer directement v et d. Cependant, on peut essayer d'avoir une idée de ces valeurs en les déduisant des hauteurs h<sub>1</sub> (B=3 et H=2) et h<sub>2</sub> (B=4 et H=2).

Mode opératoire possible :

- jongler dans les deux cas en respectant le rythme imposé par un métronome et face à une paroi verticale afin de cartographier les trajectoires
- repérer la position du centre de gravité d'une balle lorsqu'elle quitte la main et lorsqu'elle est au sommet de sa trajectoire
- en déduire les hauteurs h<sub>1</sub> et h<sub>2</sub>. Pour h<sub>2</sub>, on peut tricher en jonglant avec 2 balles d'une main mais divisant le tempo par deux
- vérifier que l'on est bien dans le cas :  $4h_1 \geq h_2$  et  $9h_2 \geq 16h_1$

$$\text{on pose : } A = \sqrt{\frac{8h_1}{g}} \quad \text{et} \quad B = \sqrt{\frac{8h_2}{g}}$$

$$\text{on a : } v = 2A - B \quad \text{et} \quad d = 3B - 4A$$

- faire un tableau donnant h pour B = 4 à 15 (l'être humain ne peut pas espérer mieux selon les spécialistes)

Voici le tableau pour v = 0.2 s , d = 0.3 s , H = 2 et g = 9.81 m/s<sup>2</sup>

$$h = \frac{9.81}{8} (0.25B - 0.3)^2$$

B	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
h (m)	0.25	0.60	1.11	1.77	2.58	3.54	4.66	5.94	7.36	8.94	10.67	12.56	14.60

Voici un tableau que j'ai réalisé avec un métronome réglé à 200 pulsations par minute  
h<sub>1</sub> = 0.404 m , h<sub>2</sub> = 0.918 m, H = 2 et g = 9.81 m/s<sup>2</sup>

On obtient :

$$v \approx 0.28 \text{ s}$$
$$d \approx 0.30 \text{ s}$$

B	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
h (m)	h <sub>1</sub>	h <sub>2</sub>	1.64	2.57	3.71	5.05	6.61	8.37	10.34	12.52	14.91	17.50	20.30

Et le votre ?

## Retour d'expérience sur les figures phares du jongleur

Sur la route du jongleur curieux et acharné comme moi, se dressent, à un moment incontournable, deux montagnes très compliquées à escalader, la MILLS MESS à 4 balles et la CASCADE à 5 balles. La difficulté est telle que l'on doit se réjouir, non seulement d'atteindre ces objectifs, mais surtout des jalons franchis dans leur quête. Il faut ainsi s'attendre à ramasser les balles des milliers de fois pendant des mois, comprendre que les progrès ne sont pas linéaires et faire confiance à notre faculté à apprendre. Les voies que je décris ci-dessous sont celles que j'emprunte et sont somme toute, celles qui sont globalement recommandées

### Mills Mess à 4 balles (MM4B)

- étape 1 : maîtrise complète de la Mills Mess à 3 balles (MM3B)
- étape 2 : maîtrise complète de la MM3B en doublant la hauteur habituelle des balles. Cette nouvelle hauteur sera représentative de la hauteur de la future MM4B. Le rythme sera certes plus lent, mais s'arranger pour que les balles retombent à peu près vers le centre, surtout pour les lancers 1, 2, 4, 5 qui ne sont pas ceux effectués sous l'autre main
- ne pas oublier que pour la MM4B, les types de lancer de la MM3B restent valables mais que les balles ne changent pas de main contrairement à la MM3B ; la maîtrise de la fontaine à 4 balles est donc fondamentale
- étape 3 : maîtrise complète de la fontaine normale (balles attrapées à l'extérieur et lancées à l'intérieur) à 4 balles (viser les séries de 100 lancers)
- étape 4 : maîtrise complète, totale, définitive de la fontaine inverse (balles attrapées à l'intérieur et lancées à l'extérieur) à 4 balles (viser les séries de 100 lancers). Cette fontaine est plus compliquée que la première et on s'appliquera à réceptionner les balles plutôt vers le centre. Il faudra donc dompter la propulsion à écarter inexorablement les mains
- Départ de la MM4B : il y a ici plusieurs avis, départ à chaud à partir d'une fontaine ? Départ à froid à partir d'une MM3B avec comme lancer 3 sous l'autre main, un lancer multiplex de deux balles afin d'obtenir une MM4B ? Départ à froid ?
- Dans mon cas, j'ai choisi un départ à froid : 2 balles dans chaque main, avant-bras croisés (alternance main faible, main forte comme main au dessus qui lance en premier, au moins au début)
- étape 5 : faire les 3 trois premiers lancers en alternant la main au dessus de départ
- étape 6 : obtenir un cycle complet de 6 lancers en alternant la main au dessus de départ. Les progrès ici peuvent être lents car l'acquisition du quatrième, puis cinquième en enfin sixième lancer est complexe. Dans la cas où on a la fâcheuse tendance à lever inexorablement les mains, penser à faire les avant-bras entrecroisées (entre les lancers 3 et 4 puis entre les lancers 6 et 1) se toucher
- étape 7 : obtenir un cycle et demi (9 lancers) en alternant la main au dessus de départ
- étape finale : essayer d'enchaîner les cycles. Dans mon cas, j'ai choisi ma main faible au dessus au départ



## Cascade à 5 balles (C5B)

- étape 1 : maîtrise complète, totale, définitive de la cascade normale à 3 balles (C3B). Les mains doivent décrire en permanence des cercles afin de récupérer les balles à l'extérieur et les lancer à l'intérieur. Pour avoir une idée de la hauteur, consulter les tableaux précédents. Pour la durée des séries, on doit pouvoir compter en minutes plutôt qu'en nombre de lancers
- étape 2 : maîtrise complète de la C3B en quadruplant la hauteur habituelle des balles. Cette nouvelle hauteur (NH) sera représentative de la hauteur de la future C5B. Le rythme sera certes plus lent, mais s'arranger pour que les balles ne retombent pas trop excentrées
- étape 3 : maîtrise complète de la douche à 3 balles, dans les deux sens, à la hauteur NH
- étape 4 : Flash ponctuel à 3 balles . En conservant le rythme de la C3B, lancer les 3 balles à la hauteur NH. Pendant un instant les mains sont vides. Rattraper les balles et reprendre la C3B. Alternner la main de départ du flash
- étape 5 : Flash continu à 3 balles (siteswap : 55500). Pour garantir que tous les 3 lancers, vos mains sont vides, tenter un clap des mains voire deux claps.
- étape 6 : Snake à 3 balles (siteswap : 50505). Les balles se suivent et changent de main. Départ conseillé : prendre les trois balles d'une main. Afin d'avoir le bon timing, compter à haute voix, en cycle et régulièrement de 1 à 10 sur le rythme de la C3B. On lance les balles sur 1, 3 et 5 à la hauteur NH avec une main puis sur 6, 8, 10 avec l'autre.
- étape 7 : Flash ponctuel à 4 balles, départ à froid, 2 balles dans chaque main. Faire 4 lancers, tous à la hauteur NH qui se croisent et récupérer les balles avec la main opposée. Penser à alterner la main de départ. Si ce flash paraît injouable au début, se concentrer uniquement sur les lancers sans chercher à rattraper les balles, puis ne rattraper que celles qui tombent bien, et enfin toutes.
- étape 8 conseillé : Flash continu à 4 balles (siteswap : 55550). On enchaîne (simplement ?) le motif précédent, DGDG GDGD DGDG GDGD ...
- étape 9 : Flash à 5 balles (tout ça, pour ça ? Yep !). Toute la difficulté réside dans le respect scrupuleux de la bonne hauteur, le bon rythme et la bonne trajectoire
- étape finale : en ajoutant un lancer à la fois, faire des séries de 6 lancers, puis 7, puis 8, puis 9, ..., puis Bingo !!

## Références

- the encyclopædia of ball juggling (Charlie Dancey)
- les études sur le jonglage de Claude Shanonn ("Scientific Aspects of Juggling")
- siteswap (en anglais) et animations des figures sur <https://jugglinglab.org>
- siteswap (en français) sur <https://www.jonglage.net>